

配電系統の三相電圧解析手法

Three Phase Voltage Analysis Method for Distribution Power Network

1. はじめに

配電系統の電圧を一定に維持管理する目的で、電圧調整器(SVR: Step Voltage Regulator)や無効電力補償装置(SVC: Static Var Compensator)などの電圧調整装置が、配電系統に設置されている。一方、太陽光発電などのように天候によって出力が大きく変動する分散電源が、近年数多く配電系統に連系されるようになり、電圧管理がより複雑化してきている。特に、再生可能エネルギー固定価格買取制度のスタート以降、家庭用太陽光発電設備の導入が急増し、配電系統に大量に連系された状況になっている。家庭用の太陽光発電設備は単相型の分散電源であるため、最近では系統電圧の不平衡が懸念されるようになってきた。

このような問題に対応するため、配電系統に対する電圧解析手法が研究されてきている。その手法として、送電系統の解析で従来から一般的に用いられている電力潮流方程式(非線形方程式)に基づいて、それを三相に拡張する解析手法が多く研究されている^{(1)~(3)}。

当社は、配電系統の電圧解析に特化した手法を開発し、同時期にその手法について技報で紹介した⁽⁴⁾。開発当時は、不平衡電圧は現在ほど問題視されていなかったため、三相平衡と仮定して単相化し、一相分(正相)の電圧・電流を計算する手法をとった。

今回、この解析手法の原理を基にして、三相電圧を計算する方法を開発したので紹介する。そして、単純な模擬配電線ではあるが、当社構内にある試験設備⁽⁵⁾での実測値と本計算手法による計算結果を比較したので、その結果を報告する。

2. 解析手法の原理

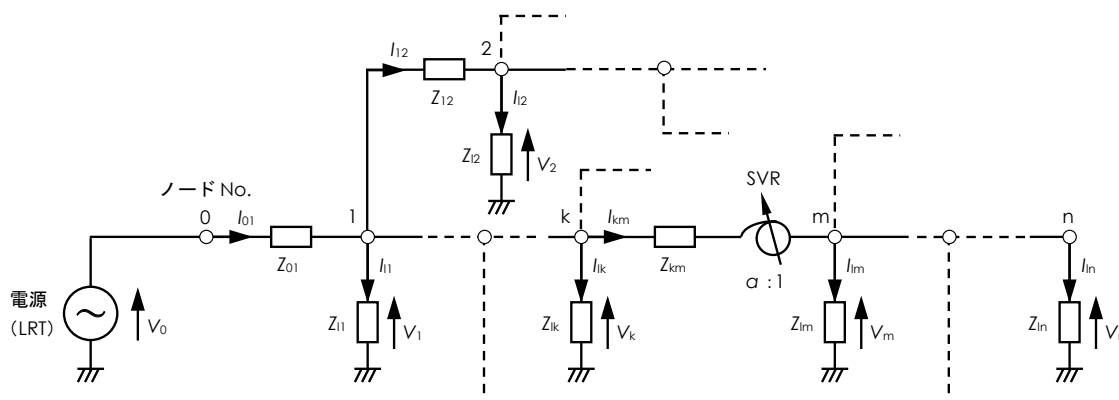
最初に、今回の解析手法の指導原理である当社の従来手法について簡単に説明する。

従来手法で取扱う配電系統のモデルを図1に示す。配電用変圧器(LRT: Load Ratio control Transformer)を単一の定電圧源とし、配電線は樹枝状(放射状)の形態のみを取扱い、複数電源やループ状の系統は扱わない。負荷は、その電圧依存特性から、定インピーダンス負荷、定電流負荷、定電力負荷の三種類を扱えるようにしている。特に、分散電源は定電力負荷として取扱っている。

分散電源や負荷の設置点、SVRの二次側など、電圧を求めたいノード(節点)を設定し、系統を区間分割する。定電流負荷や定電力負荷は、すべて仮のインピーダンスを計算して定インピーダンス負荷に置換える。こうして各節点において、電圧・電流に関する回路方程式(線形方程式)を立て、この方程式を解くことにより各部の電圧・電流を計算する。

定電流負荷や定電力負荷がある場合には、これらの負荷のインピーダンスを、得られた電圧・電流値から計算しなおし、再び前述の計算を行なう。以上の計算を電圧値が収束するまで繰返す(実系統に対する計算では、数回程度の繰返し計算で収束する)。

SVRについては、変圧比 $a:1$ の理想変圧器として系統モデルに組込んでいる。そして、電圧調整リレー(90リレー)の制御アルゴリズムも組込んで、90リレーの動作ごとに変圧比をステップ的に変化させることによりSVRを具現化している。



V_0 : 電源相電圧 V_m : ノード m の相電圧 I_{km} : 区間[k m]の線路電流 I_{lm} : ノード m の負荷電流
 Z_{km} : 区間[k m]の線路インピーダンス Z_{lm} : ノード m の負荷インピーダンス

図1 従来手法で取扱う配電系統モデル

※ 電力事業部 電力システム部 パワエレG

さらに、LRTの送出し電圧の時間変化パターンや分散電源の出力変化パターンも組込めるようになっている。これらによりSVRなどの電圧調整装置の動作との関係性が把握でき、配電系統の電圧解析が容易にできるようになっている。その一例として、メガソーラーが設置されている配電系統にTVR(Thyristor type Step Voltage Regulator)を導入した場合の系統電圧ミュレーションを行ない、TVRの電圧調整効果について報告した⁽⁶⁾。

3. 三相電圧計算手法

従来の計算手法では一相の電圧・電流しか計算できないので、今回、三相の電圧・電流を計算して、不平衡電圧などが解析できるように拡張した。その方法を簡単に言うと、従来手法の原理を基に、配電系統のモデルを三相に拡張し、そのモデルに対する電圧・電流の回路方程式を立て、それを解いて三相電圧を計算する。そして、得られた三相電圧に対称座標法を適用して不平衡電圧解析を行なうというものである。

つまり、キーポイントは、配電系統モデルを三相に拡張する点とそれに対する回路方程式である。最初に、拡張した系統モデルについて説明し、次に、そのモデルに対する回路方程式について説明する。

3.1 配電系統の三相モデル

(1) 従来モデルとの相違点

三相に拡張した配電系統のモデルを図2(次頁)に示す。系統モデルを三相化するにあたり、単相型分散電源や単相負荷などの不平衡負荷だけでなく、線路間の相互インダクタンスや対地静電容量なども取扱えるようにしている。このうち、負荷は非接地のY結線と考えている。

また、従来と同様、電源は単一の定電圧源とし、配電線の形態は樹枝状、負荷の種類も定インピーダンス負荷、定電流負荷、定電力負荷の三種類を取扱うようにしている。

SVRについては、V結線型とY結線型があるので、両方を取扱えるようにしている。さらに、将来、90リレーに不平衡電圧抑制制御アルゴリズムを取入れて、そのシミュレーションもできるように、SVRの変圧比を各相独立(Y結線型の場合)に変えられるようにしている(V結線型の場合は、線間の変圧比を独立に可変する)。

表1 三相モデルの場合分け

SVRの種類	対地アドミタンス(Y)の有無	
	V結線SVR 対地Yなし	V結線SVR 対地Yあり
Y結線SVR 対地Yなし	Y結線SVR 対地Yあり	

※SVRがない場合や、V結線SVRとY結線SVRの混在も可能。

(2) モデルの場合分け

計算速度や計算精度を考慮して、対地アドミタンス(対地静電容量の拡張)の有無やSVRのタイプにより、表1に示すように系統モデルを4種類に分けている。例えば、対地アドミタンスを考慮しなくてもよいような非接地系統では、零相電流を0とできる。また、この場合、回路方程式は線間電圧に関する方程式にする。線間電圧は二つが独立($V_{wu} = -V_{uv} - V_{vw}$)なので、これらの条件を取入れることにより、回路方程式が簡単化できる。したがって、それを解いた方が効率的である。

それゆえ、4種類に分けたそれぞれの系統モデルに対して回路方程式を導出して、それを解くようにしている。

3.2 回路方程式

既設のSVRではV結線タイプが多いことと、配電系統の零相電圧の解析も必要となる場合があるので、本稿ではV結線SVRと対地アドミタンスを考慮した系統モデルを取上げて、その回路方程式について説明する。

最初に、系統モデルのノードごとに、電圧・電流に関する関係式を導出する。そして、それらをまとめて全体の回路方程式を組立てる。SVRが設置されている区間と設置されていない区間では、関係式が異なってくるので、分けて説明する。

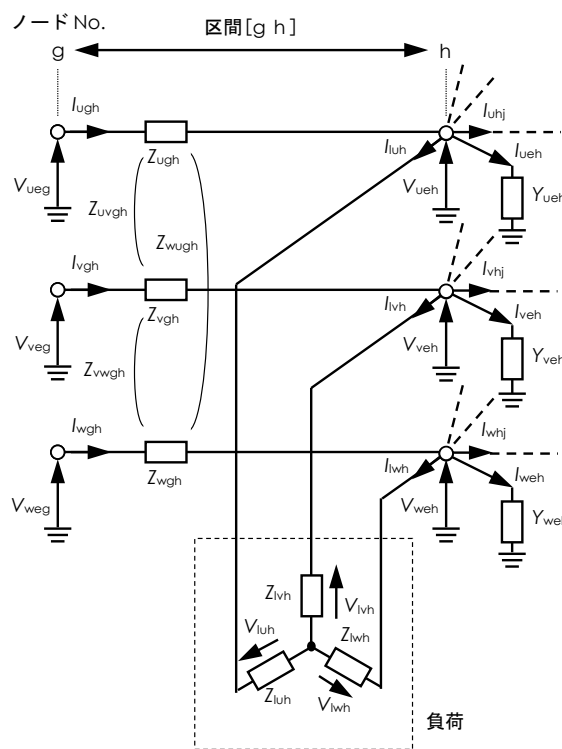
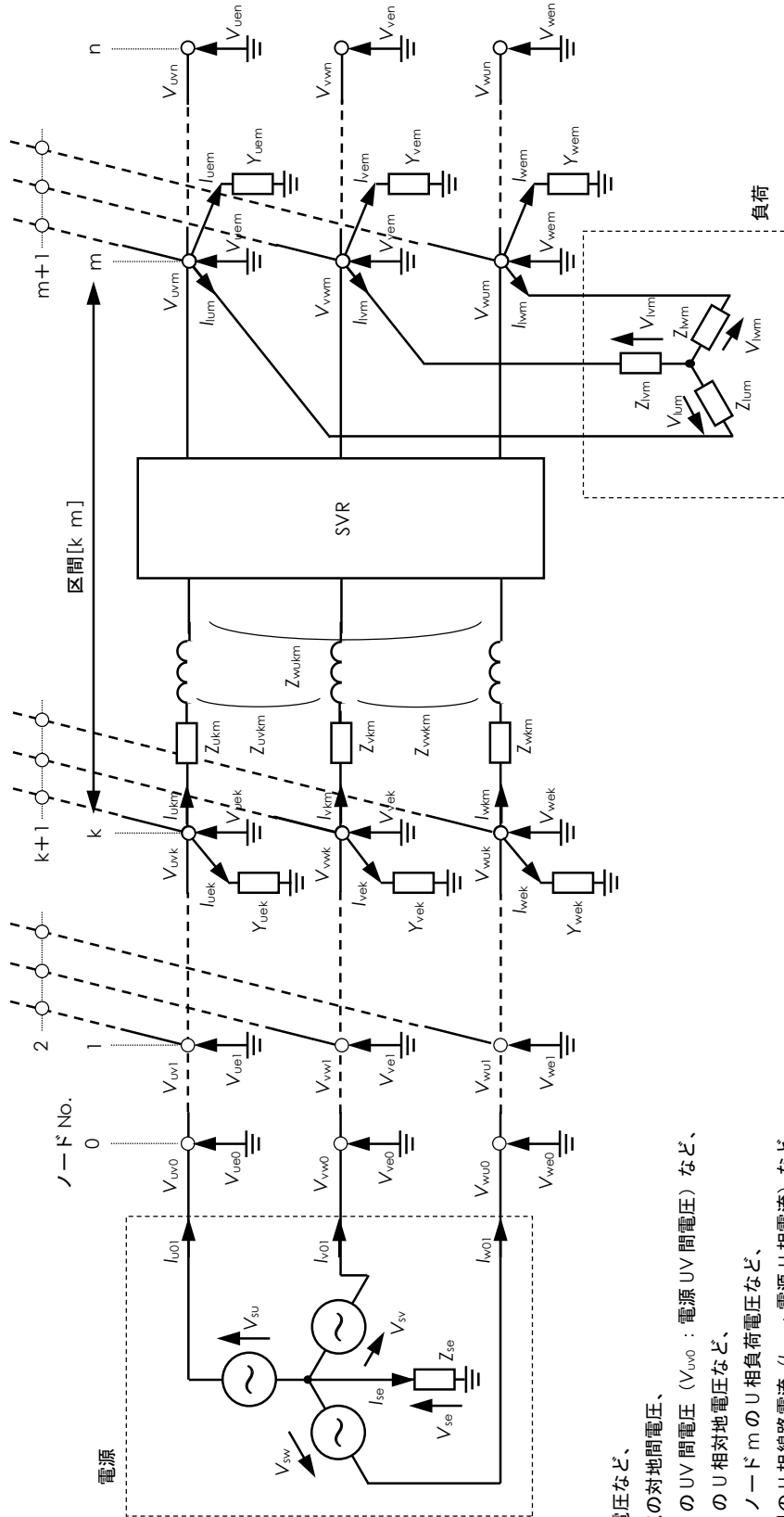


図3 SVRが設置されていない区間



- V_{su} : 電源 U 相電圧など、
- V_{se} : 電源中性点の対地電圧、
- V_{uvm} : ノード m の UV 間電圧 (V_{uv0} : 電源 UV 間電圧) など、
- V_{uem} : ノード m の U 相対地電圧など、
- $V_{lum} = Z_{lum} I_{lum}$: ノード m の U 相負荷電圧など、
- I_{ukm} : 区間 [k m] の U 相線路電流 (I_{u01} : 電源 U 相電流) など、
- I_{uem} : ノード m の U 相対地電流など、
- I_{se} : 電源対地電流 (= $3 \times$ 電源零相電流)、
- I_{lum} : ノード m の U 相負荷電流など、
- Z_{ukm} : 区間 [k m] の U 相線路自己インピーダンスなど、
- Z_{vkm} : 区間 [k m] の UV 間線路相互インピーダンスなど、
- Y_{uem} : ノード m の U 相対地アドミタンスなど、
- Z_{se} : 電源対地インピーダンス、
- Z_{lum} : ノード m の U 相負荷インピーダンスなど、

図2 配電系統の三相モデル

(1) SVRが設置されていない区間[g h]

SVRが設置されていない任意の区間を区間[g h]として、図2から抜粋した図を図3に示す。この図を基に電圧・電流の関係式を説明する。

① 線路電圧降下

U相のノード対地電圧 V_{ueg} , V_{ueh} と線路電流 I_{ugh} , I_{vgh} , I_{wgh} の関係式は次のようになる。

$$\begin{aligned} V_{ueg} - V_{ueh} \\ = Z_{ugh} I_{ugh} + Z_{uvgh} I_{vgh} + Z_{wugh} I_{wgh} \end{aligned} \quad \dots (1)$$

同様の関係式がV相、W相についても成り立つ。これらの関係式をベクトルと行列を使って表す。

$$\begin{aligned} V_{eg} - V_{eh} = Z_{gh} I_{gh} \\ \therefore I_{gh} = Y_{gh} (V_{eg} - V_{eh}) \end{aligned} \quad \dots (2)$$

ここで、

$$\begin{aligned} V_{eg} = \begin{pmatrix} V_{ueg} \\ V_{veg} \\ V_{weg} \end{pmatrix}, I_{gh} = \begin{pmatrix} I_{ugh} \\ I_{vgh} \\ I_{wgh} \end{pmatrix}, Z_{gh} = \begin{pmatrix} Z_{ugh} & Z_{uvgh} & Z_{wugh} \\ Z_{uvgh} & Z_{vgh} & Z_{vwgh} \\ Z_{wugh} & Z_{vwgh} & Z_{wgh} \end{pmatrix}, \\ Y_{gh} = Z_{gh}^{-1} \end{aligned} \quad \dots (3)$$

② 線路電流と負荷電流、ノード対地電流の関係

ノードhにおいて、U相の線路電流 I_{ugh} (流入電流)と I_{uhj} (隣接ノードjへの流出電流)、負荷電流 I_{luh} 、ノード対地電流 I_{ueh} の関係は次のようになる。

$$\begin{aligned} I_{ugh} = \sum_{j>h} I_{uhj} + I_{luh} + I_{ueh} \\ \therefore I_{ugh} - \sum_{j>h} I_{uhj} = I_{luh} + I_{ueh} \end{aligned} \quad \dots (4)$$

同様の関係式がV相、W相についても成り立つ。ただし、負荷電流については、

$$I_{luh} + I_{lvh} + I_{lwh} = 0 \quad \dots (5)$$

が成り立つので、この条件を取り入れて関係式をベクトルと行列を使ってまとめる。

$$\therefore I_{gh} - \sum_{j>h} I_{hj} = A I_{lh} + I_{eh} \quad \dots (6)$$

ここで、

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, I_{lh} = \begin{pmatrix} I_{luh} \\ I_{lvh} \end{pmatrix}, I_{eh} = \begin{pmatrix} I_{ueh} \\ I_{veh} \\ I_{weh} \end{pmatrix} \quad \dots (7)$$

③ ノード線間電圧と負荷電流の関係

ノードhにおいて、ノード線間電圧 V_{uvh} , V_{vwh} と負荷電流 I_{luh} , I_{lvh} の関係は次のようになる。

$$\begin{aligned} \begin{cases} V_{uvh} = Z_{luh} I_{luh} - Z_{lvh} I_{lvh} \\ V_{vwh} = Z_{lvh} I_{lvh} - Z_{lwh} I_{lwh} \\ \quad = Z_{lvh} I_{lvh} + Z_{lwh} (I_{luh} + I_{lvh}) \\ \quad = Z_{lwh} I_{luh} + (Z_{lvh} + Z_{lwh}) I_{lvh} \end{cases} \end{aligned}$$

この関係式をベクトルと行列を使って表す。

$$\begin{aligned} V_h = Z_{lh} I_{lh} \\ \therefore I_{lh} = Y_{lh} V_h \end{aligned} \quad \dots (8)$$

ここで、

$$\begin{aligned} V_h = \begin{pmatrix} V_{uvh} \\ V_{vwh} \end{pmatrix}, Z_{lh} = \begin{pmatrix} Z_{luh} & -Z_{lvh} \\ Z_{lwh} & Z_{lvh} + Z_{lwh} \end{pmatrix}, \\ Y_{lh} = Z_{lh}^{-1} \end{aligned} \quad \dots (9)$$

負荷が単相の場合は、もっと単純に考えて、線間電圧を負荷インピーダンスで割って負荷電流を求める。UV間に接続された単相負荷のインピーダンスを Z_{luvh} などと表すと、負荷アドミタンス行列 Y_{lh} は次のようになる。

- UV間に単相負荷が接続されている場合

$$Y_{lh} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} / Z_{luvh}$$

- VW間に単相負荷が接続されている場合

$$Y_{lh} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} / Z_{lvwh}$$

- WU間に単相負荷が接続されている場合

$$Y_{lh} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} / Z_{lwuh}$$

④ ノード対地電流とノード対地電圧の関係

ノードhにおいて、U相のノード対地電流 I_{ueh} とノード対地電圧 V_{ueh} の関係は次のようになる。

$$I_{ueh} = Y_{ueh} V_{ueh} \quad \dots (10)$$

同様の関係式がV相、W相についても成り立つ。これらの関係式をベクトルと行列を使って表す。

$$\begin{aligned} I_{eh} = Y_{eh} V_{eh} \end{aligned} \quad \dots (11)$$

ここで、

$$Y_{eh} = \begin{pmatrix} Y_{ueh} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{veh} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{weh} \end{pmatrix} \quad \dots (12)$$

⑤ ノード線間電圧とノード対地電圧の関係

ノードhにおいて、ノード線間電圧 V_{uvh} 、 V_{vwh} とノード対地電圧 V_{ueh} 、 V_{veh} 、 V_{weh} の関係は次のようになる。

$$\begin{cases} V_{uvh} = V_{ueh} - V_{veh} \\ V_{vwh} = V_{veh} - V_{weh} \end{cases}$$

この関係式をベクトルと行列を使って表す。

$$\mathbf{V}_h = \mathbf{B} \mathbf{V}_{eh} \quad \dots (13)$$

ここで、

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \dots (14)$$

⑥ ノード対地電圧のみの関係式

以上の関係式から、ノード対地電圧のみの関係式が求められる(式(13)を式(8)に代入してから、それと式(2)、式(11)を式(6)に代入する)。ただし、ノードhの隣接区間にSVRがないものとする(SVRがある場合は本節(3)項参照)。

$$\begin{aligned} & \mathbf{Y}_{gh} (\mathbf{V}_{eg} - \mathbf{V}_{eh}) - \sum_{j>h} \mathbf{Y}_{hj} (\mathbf{V}_{eh} - \mathbf{V}_{ej}) \\ &= \mathbf{A} \mathbf{Y}_{lh} \mathbf{B} \mathbf{V}_{eh} + \mathbf{Y}_{eh} \mathbf{V}_{eh} \\ \therefore & \mathbf{Y}_{gh} \mathbf{V}_{eg} + \sum_{j>h} \mathbf{Y}_{hj} \mathbf{V}_{ej} - (\mathbf{Y}_{gh} + \sum_{j>h} \mathbf{Y}_{hj}) \mathbf{V}_{eh} \\ &= (\mathbf{A} \mathbf{Y}_{lh} \mathbf{B} + \mathbf{Y}_{eh}) \mathbf{V}_{eh} \end{aligned}$$

ここで、ノードhに隣接していない任意のノードiとの線路アドミタンス行列 \mathbf{Y}_{hi} を考え、 $\mathbf{Y}_{hi} = \mathbf{0}$ とする。さらに、

Σ を、ノードhを除いたすべてのノードについての総和とし、

$$\mathbf{Y}_{hh} = \sum_{j \neq h} \mathbf{Y}_{hj}, \mathbf{Y}'_{ih} = \mathbf{A} \mathbf{Y}_{lh} \mathbf{B}, \mathbf{Y}_{hj} = \mathbf{Y}_{jh} \quad \dots (15)$$

とすると、先の式は次のようになる。

$$\sum_{j \neq h} \mathbf{Y}_{hj} \mathbf{V}_{ej} - \mathbf{Y}_{hh} \mathbf{V}_{eh} = (\mathbf{Y}'_{ih} + \mathbf{Y}_{eh}) \mathbf{V}_{eh} \quad \dots (16)$$

(2) SVRが設置されている区間[k m]

SVRが設置されている区間を区間[k m]として、図2から抜粋した図を図4に示す。この図を基に電圧・電流の関係式を説明する(本例では、SVRはUV間とVW間に接続されているが、VW間とWU間やWU間とUV間に接続されている場合も以下と同様に考えていけば良い)。

① 線路電圧降下

本例では、SVRはUV間とVW間に接続されているため、U相とW相の線路電圧降下の式が式(1)とは異なってくる。SVRを理想変圧器と考え、UV間とVW間の変圧比をそれぞれ $k_{uv} : 1$ 、 $k_{vw} : 1$ として独立で考える。この場合のU相とW相の線路電圧降下の式は次のようになる。

• U相の線路電圧降下

$$\begin{aligned} & V_{uek} - (k_{uv} V_{uvm} + V_{vem}) \\ &= V_{uek} - (k_{uv} (V_{uem} - V_{vem}) + V_{vem}) \\ &= V_{uek} - (k_{uv} V_{uem} + (1 - k_{uv}) V_{vem}) \\ &= Z_{ukm} I_{ukm} + Z_{uvkm} I_{vkm} + Z_{wukm} I_{wkm} \end{aligned}$$

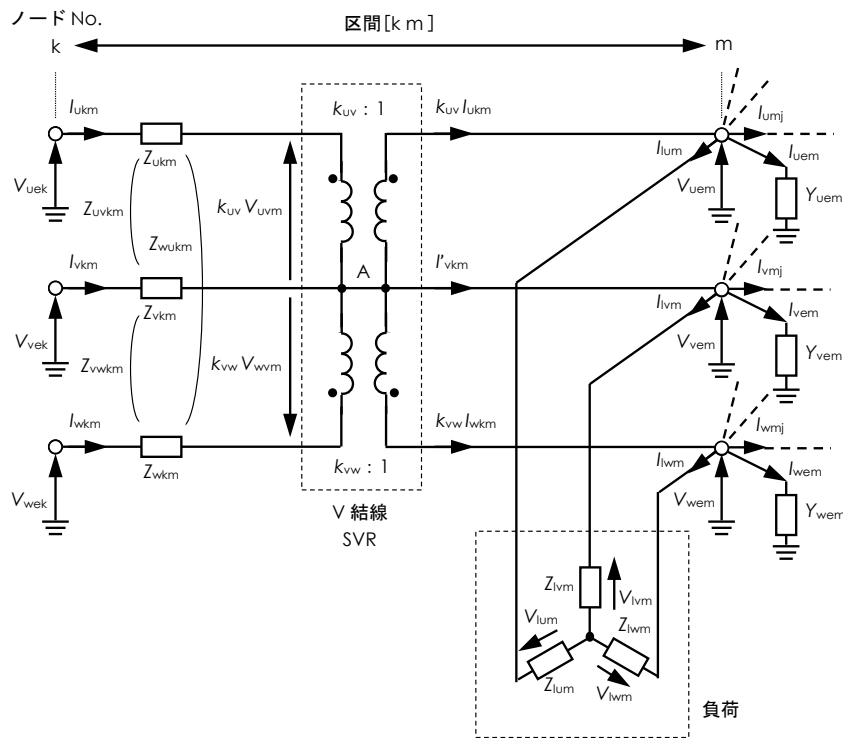


図4 SVRが設置されている区間

- W相の線路電圧降下

$$\begin{aligned} & V_{wek} - (k_{vw} V_{wvm} + V_{vem}) \\ &= V_{wek} - (k_{vw} (V_{wem} - V_{vem}) + V_{vem}) \\ &= V_{wek} - (k_{vw} V_{wem} + (1 - k_{vw}) V_{vem}) \\ &= Z_{wukm} I_{ukm} + Z_{vwkm} I_{vkm} + Z_{wkm} I_{wkm} \end{aligned}$$

V相の線路電圧降下の式は、式(1)と同様の式となる。これらの関係式をベクトルと行列を使って表す。

$$\begin{aligned} & V_{ek} - K_a V_{em} = Z_{km} I_{km} \\ \therefore I_{km} &= Y_{km} (V_{ek} - K_a V_{em}) \end{aligned} \quad \dots (17)$$

ここで、

$$K_a = \begin{pmatrix} k_{uv} & 1-k_{uv} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1-k_{vw} & k_{vw} \end{pmatrix} \quad \dots (18)$$

② 線路電流と負荷電流、ノード対地電流の関係

ノードmにおいて、式(4)と同様に流入電流と流出電流の関係を考える。ただし、この場合は、SVRの変圧比を考慮しなければならない。

- U相について

$$k_{uv} I_{ukm} - \sum_{j>m} I_{ujm} = I_{lum} + I_{uem}$$

- V相について

流入する線路電流を I'_{vkm} とすると、

$$I'_{vkm} - \sum_{j>m} I_{vmj} = I_{lvm} + I_{vem}$$

が成り立つ。

また、SVRのV結線点(図4のA)において

$$I_{ukm} + I_{vkm} + I_{wkm} = k_{uv} I_{ukm} + I'_{vkm} + k_{vw} I_{wkm}$$

が成り立つ。上の二式から I'_{vkm} を消去すると、

$$\begin{aligned} & I_{ukm} + I_{vkm} + I_{wkm} - (k_{uv} I_{ukm} + k_{vw} I_{wkm}) \\ & \quad - \sum_{j>m} I_{vmj} = I_{lvm} + I_{vem} \\ \therefore (1 - k_{uv}) I_{ukm} + I_{vkm} + (1 - k_{vw}) I_{wkm} \\ & \quad - \sum_{j>m} I_{vmj} = I_{lvm} + I_{vem} \end{aligned}$$

- W相について

$$\begin{aligned} & k_{vw} I_{wkm} - \sum_{j>m} I_{wmj} = I_{lwm} + I_{wem} \\ \therefore k_{vw} I_{wkm} - \sum_{j>m} I_{wmj} &= -I_{lum} - I_{lvm} + I_{wem} \end{aligned}$$

上の関係式をベクトルと行列を使ってまとめると次のようになる。

$$\begin{aligned} & K_b I_{km} - \sum_{j>m} I_{mj} = A I_{lm} + I_{em} \\ \therefore {}^t K_a I_{km} - \sum_{j>m} I_{mj} &= A I_{lm} + I_{em} \end{aligned} \quad \dots (19)$$

ここで、

$$K_b = \begin{pmatrix} k_{uv} & 0 & 0 \\ 1-k_{uv} & 1 & 1-k_{vw} \\ 0 & 0 & k_{vw} \end{pmatrix} = {}^t K_a \quad (K_a \text{の転置行列})$$

③ ノード対地電圧のみの関係式

残りの関係式(式(8)~式(14))はすべて同様に成り立つので、以上の関係式から、ノード対地電圧のみの関係式が求まる。

$$\begin{aligned} & {}^t K_a Y_{km} (V_{ek} - K_a V_{em}) - \sum_{j>m} Y_{mj} (V_{em} - V_{ej}) \\ &= A Y_{lm} B V_{em} + Y_{em} V_{em} \\ \therefore {}^t K_a Y_{km} V_{ek} + \sum_{j>m} Y_{mj} V_{ej} \\ & \quad - ({}^t K_a Y_{km} K_a + \sum_{j>m} Y_{mj}) V_{em} = (Y'_{lm} + Y_{em}) V_{em} \end{aligned}$$

ここでも同様に、ノードmに隣接していない任意のノードiとの線路アドミタンス行列 Y_{mi} を考え、 $Y_{mi} = \theta$ とする。さらに、 Σ を、ノードkとmを除いたすべてのノードについての総和とし、

$$Y_{mm} = {}^t K_a Y_{km} K_a + \sum_{j \neq k, m} Y_{mj} \quad \dots (20)$$

とすると、上式は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \sum_{j \neq k, m} Y_{mj} V_{ej} + {}^t K_a Y_{mk} V_{ek} - Y_{mm} V_{em} \\ &= (Y'_{lm} + Y_{em}) V_{em} \quad (\because Y_{km} = Y_{mk} \text{より}) \end{aligned} \quad \dots (21)$$

(3) ノードkにおける関係式

ノードkでは、その前方にはSVRはなく、後方隣接区間[k m]にSVRがある。そのため、ノードkからノードmへの流出電流 I_{km} は式(17)となる。したがって、ノード対地電圧のみの関係式は、式(16)や式(21)とは異なってくる。このことを考慮すると、ノードkにおけるノード対地電圧のみの関係式(式(16))は次のようになる(区間[g k]を考える)。

$$\begin{aligned} & Y_{gk} (V_{eg} - V_{ek}) - \sum_{\substack{j>k \\ j \neq m}} Y_{kj} (V_{ek} - V_{ej}) \\ & \quad - Y_{km} (V_{ek} - K_a V_{em}) = (Y'_{lk} + Y_{ek}) V_{ek} \\ \therefore Y_{gk} V_{eg} + \sum_{\substack{j>k \\ j \neq m}} Y_{kj} V_{ej} + Y_{km} K_a V_{em} \\ & \quad - (Y_{gk} + \sum_{\substack{j>k \\ j \neq m}} Y_{kj} + Y_{km}) V_{ek} = (Y'_{lk} + Y_{ek}) V_{ek} \\ \therefore \sum_{j \neq k, m} Y_{kj} V_{ej} + Y_{km} K_a V_{em} - Y_{kk} V_{ek} &= (Y'_{lk} + Y_{ek}) V_{ek} \end{aligned} \quad \dots (22)$$

(4) 電源における関係式

電源は、図2に示すようなY型の電圧源とする。電源の対地間電圧(零相電圧)は、電源の中性点で対地インピーダンスを考慮して計算する。したがって、電源電圧としては、中性点と電源出力端間の各相電圧値を既知量として独立に与える。

電源各部の電圧・電流の関係を求める。

① 中性点の対地間電圧

電源対地電流 I_{se} と電源出力電流(=区間[0 1]の線路電流) $I_{u01}, I_{v01}, I_{w01}$ との関係は次のようになる。

$$I_{se} = -I_{u01} - I_{v01} - I_{w01} \quad \dots (23)$$

これにより、電源中性点の対地間電圧 V_{se} は次のようになる。

$$\begin{aligned} V_{se} &= Z_{se} I_{se} \\ &= -Z_{se} (I_{u01} + I_{v01} + I_{w01}) \quad \dots (24) \end{aligned}$$

② 電源出力端電圧(ノード0の対地間電圧)

既知量として与えられる電源各相電圧と電源中性点の対地間電圧から、ノード0の対地間電圧の関係式が得られる。U相についての関係式は次のようになる。

$$\begin{aligned} V_{ue0} &= V_{su} + V_{se} \\ &= V_{su} - Z_{se} (I_{u01} + I_{v01} + I_{w01}) \end{aligned}$$

V相、W相についても同様で、これらの関係式をベクトルと行列を使ってまとめると次のようになる。

$$V_{e0} = V_s - Z_{se} I_{01} \quad \dots (25)$$

ここで、

$$V_s = \begin{pmatrix} V_{su} \\ V_{sv} \\ V_{sw} \end{pmatrix}, Z_{se} = Z_{se} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \dots (26)$$

③ ノード対地電圧のみの関係式

さらに、式(2)を考慮すると、上式(25)からノード0とノード1の対地間電圧の関係式が得られる。ここで、 I を単位行列とする。

$$\begin{aligned} V_{e0} &= V_s - Z_{se} Y_{01} (V_{e0} - V_{e1}) \\ \therefore (I + Z_{se} Y_{01}) V_{e0} &= V_s + Z_{se} Y_{01} V_{e1} \\ \therefore V_{e0} &= (I + Z_{se} Y_{01})^{-1} (V_s + Z_{se} Y_{01} V_{e1}) \\ &= ((Z_{01} + Z_{se}) Y_{01})^{-1} (V_s + Z_{se} Y_{01} V_{e1}) \\ &= Z_{01} (Z_{01} + Z_{se})^{-1} (V_s + Z_{se} Y_{01} V_{e1}) \quad \dots (27) \end{aligned}$$

(5) ノード1における電圧関係式

ノード0とノード1の対地間電圧を含む関係式は式(16)

でも与えられる。この式と式(27)から V_{e0} を消去すると、ノード対地電圧と電源電圧 V_s (既知量)との関係式が得られる。

$$\begin{aligned} Y_{10} V_{e0} + \sum_{j \neq 1} Y_{1j} V_{ej} - Y_{11} V_{e1} &= (Y'_{11} + Y_{e1}) V_{e1} \\ \therefore -Y_{11} V_{e1} + \sum_{j \neq 1} Y_{1j} V_{ej} &= (Y'_{11} + Y_{e1}) V_{e1} - Y_{10} V_{e0} \\ &= (Y'_{11} + Y_{e1}) V_{e1} \\ &\quad - (Z_{01} + Z_{se})^{-1} (V_s + Z_{se} Y_{01} V_{e1}) \\ &= (Y'_{11} + Y_{e1} - (Z_{01} + Z_{se})^{-1} Z_{se} Y_{01}) V_{e1} \\ &\quad - (Z_{01} + Z_{se})^{-1} V_s \quad \dots (28) \end{aligned}$$

(6) 全体の回路方程式

ノード対地電圧に関する系統全体の回路方程式を考える。式(16)と式(21)、式(22)、式(28)を基に、ノード1からノードnまでのノード対地電圧のみの関係式を順に並べると、系統全体の回路方程式が得られる。

$$\begin{cases} -Y_{11} V_{e1} + \sum_{j \neq 1} Y_{1j} V_{ej} = (Y'_{11} + Y_{e1} - (Z_{01} + Z_{se})^{-1} Z_{se} Y_{01}) V_{e1} - (Z_{01} + Z_{se})^{-1} V_s \\ \sum_{j \neq 2} Y_{2j} V_{ej} - Y_{22} V_{e2} = (Y'_{22} + Y_{e2}) V_{e2} \\ \vdots \\ \sum_{j \neq k, m} Y_{kj} V_{ej} + Y_{km} K_a V_{em} - Y_{kk} V_{ek} = (Y'_{1k} + Y_{ek}) V_{ek} \\ \vdots \\ \sum_{j \neq k, m} Y_{mj} V_{ej} + {}^t K_a Y_{mk} V_{ek} - Y_{mm} V_{em} = (Y'_{1m} + Y_{em}) V_{em} \\ \vdots \\ \sum_{j \neq n} Y_{nj} V_{ej} - Y_{nn} V_{en} = (Y'_{1n} + Y_{en}) V_{en} \end{cases}$$

上式をまとめると次のようになる。

$$\begin{aligned} Y V_e &= (Y_1 + Y_e - Y_z) V_e - Y_s V_s \\ \therefore (Y_1 + Y_e - Y_z - Y) V_e &= Y_s V_s \\ \therefore V_e &= (Y_1 + Y_e - Y_z - Y)^{-1} Y_s V_s \quad \dots (29) \end{aligned}$$

$$Y = \begin{pmatrix} -Y_{11} & Y_{12} & \dots & & Y_{1n} \\ Y_{21} & -Y_{22} & \dots & & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ Y_{k1} & Y_{k2} & \dots & -Y_{kk} & \dots & Y_{km} K_a & \dots & Y_{kn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{m1} & Y_{m2} & \dots & {}^t K_a Y_{mk} & \dots & -Y_{mm} & \dots & Y_{mn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & -Y_{nn} \end{pmatrix},$$

$$Y_1 = \begin{pmatrix} Y'_{11} & & & & \\ & Y'_{12} & & & \\ & & \mathbf{0} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & Y'_{1n} \end{pmatrix}, Y_e = \begin{pmatrix} Y_{e1} & & & & \\ & Y_{e2} & & & \\ & & \mathbf{0} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & Y_{en} \end{pmatrix},$$

$$Y_z = \begin{pmatrix} (Z_{01} + Z_{se})^{-1} Z_{se} Y_{01} & & & & \\ & & & & \\ & & \mathbf{0} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \mathbf{0} \end{pmatrix}, Y_s = \begin{pmatrix} (Z_{01} + Z_{se})^{-1} \\ & & & & \\ & & \mathbf{0} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \mathbf{0} \end{pmatrix},$$

$$V_e = \begin{pmatrix} V_{e1} \\ \vdots \\ V_{en} \end{pmatrix} \quad \dots (30)$$

線路電流やノード対地電流、負荷電流は、式(29)からノード対地電圧を計算した後に、式(2)や式(17)、式(11)、式(8)と式(13)から計算する。

3.3 電圧解析の概略フロー

前節で導出した計算式を基に、配電系統の三相電圧解析プログラムを開発した。そのプログラムの概略フローを図5に示す。

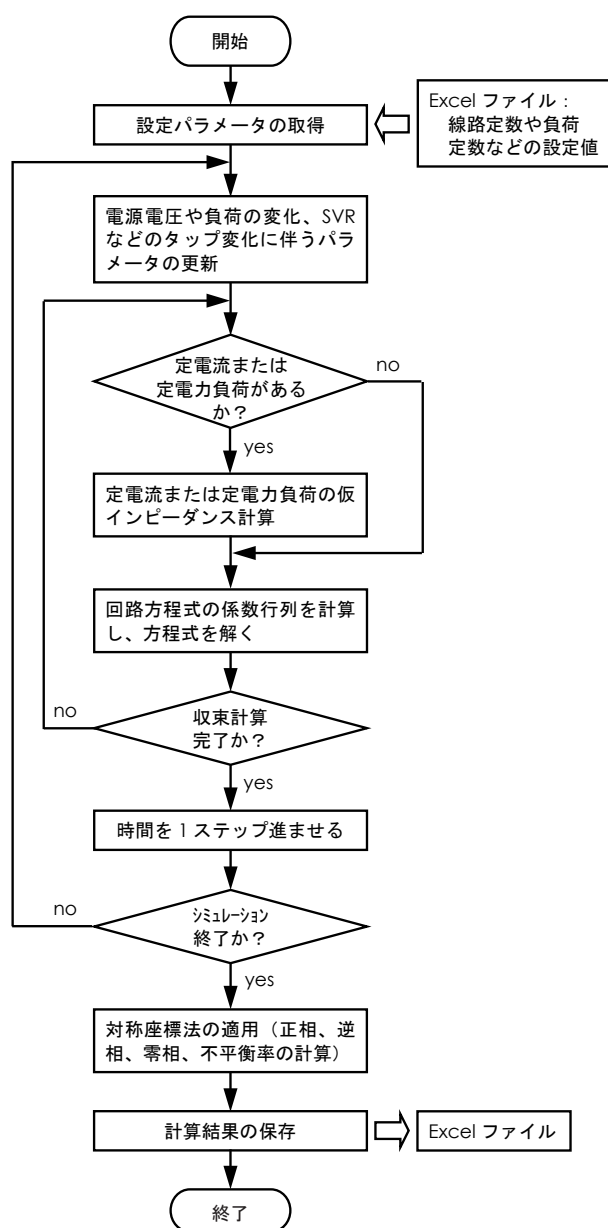


図5 電圧解析プログラムの概略フローチャート

従来と同様、電圧解析に必要な回路定数などの設定データは、Excelファイルで渡すようにしている。また、計算して得られた各部の電圧・電流のデータは、別のExcelファイルに出力するようにしている。これにより、電源送出し電圧の時間変化や太陽光発電などの出力変化のデータが容易に取扱えるので、SVRなどの電圧調整装置との連係動作シミュレーションも容易にできる。

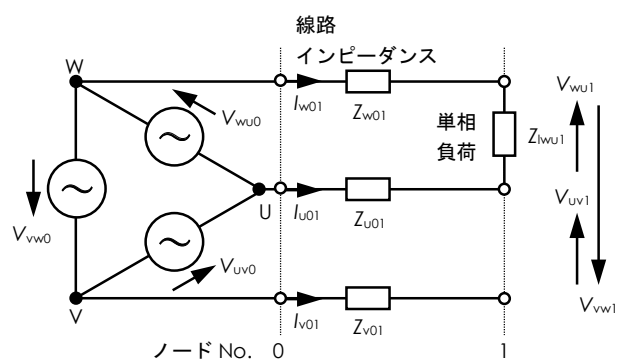
本解析手法では、導出した計算式からわかるように、三相(UVW)の電圧・電流を計算する。不平衡電圧を解析する場合は、この計算結果に対称座標法を適用して正相分、逆相分、零相分を計算する。

4. 三相電圧計算例

4.1 模擬配電線

当社では、太陽光発電などの分散電源が配電系統に大量に導入された場合に発生する課題に対応するための製品を開発している。そして、それら開発品の機能検証を行なうための実証試験設備(スマートステーション)を本社構内に設置している。この設備は、模擬配電用変電所や6.6 kV模擬配電線、模擬負荷などを有している。

導出した電圧計算式を検証するため、この設備を利用して模擬系統での実測値と本手法による計算結果との比較を行なった。実測は、電圧が不平衡となるような模擬負荷の構成にして行なった。その模擬配電線回路と回路定数を図6に示す。三相電圧解析プログラムだけでなく、電卓でも容易に計算、確認できる単純な回路構成とした。



- ・電源電圧
 $V_{uv0} = 6590 \text{ V}, V_{vw0} = 6680 \text{ V}, V_{wu0} = 6610 \text{ V}$
- ・線路インピーダンス
 $Z_{u01} = Z_{v01} = Z_{w01} = 9 + j11.9 \ \Omega$
- ・単相負荷 (抵抗)
 $Z_{lw01} = 1400 \ \Omega$

図6 模擬配電線回路

4.2 実測値との比較

実測値と計算値との比較結果を表2に示す。

ノード電圧、線路電流ともに多少の差が見られる。これは、図6には示していないが、実際には複数台の三相変圧器が接続されているためと考えられる。これらの変圧器には模擬負荷が接続されているが、使用しないものについては負荷を切離して無負荷にしている。とはいえ、変圧器の励磁電流が流れるため、実測ではV相線路にも電流が流れている。

変圧器の励磁インピーダンスを考慮して三相電圧計算を行なうこともできるが、モデルを単純化するためこれを無視して行なっている。その結果が実測と計算の差となって現れている。

5. あとがき

今回、従来の当社の電圧解析手法の原理を基に、配電系統の三相電圧が計算できるように、系統モデルと電圧計算式を拡張した。そして、単純な模擬配電線ではあるが、当社構内にある試験設備を用いて、実測値と本手法による計算結果の比較を行ない、実用上問題ない精度で計算できることを示した。

詳細は省略するが、市販の回路シミュレータを用いて、もう少し複雑な回路でも三相電圧計算の検証を行なっている。回路シミュレータでは電圧・電流の波形データが得られるので、そのデータから実効値と位相を計算した。そして、表1に示した4種類の場合について本手法による計算結果と比較したところ、すべての場合において両方の結果が一致していることを確認している。

今後、ニーズが高まってくるであろう不平衡電圧解析に本手法を活用するとともに、それを抑制するような電圧制御アルゴリズムを取込んだ電圧調整装置のシミュレーションもできるような機能の充実を図っていく予定である。

表2 実測値との比較結果

	ノード電圧 [V]			線路電流 [A]		
	V_{uv1}	V_{vw1}	V_{wu1}	I_{u01}	I_{v01}^{**}	I_{w01}
実測値	6526	6709	6509	4.67	0.33	4.70
計算値	6521	6706	6525	4.66	0	4.66

※実際には複数台の三相変圧器(無負荷)が接続されているが、計算では無視した。

参考文献

- (1) 福山、中西：「三相不平衡潮流解析技術」
富士時報 Vol.69 No.3 (1996)
- (2) 曹、栗田、多田、岡本：「三相不平衡潮流計算手法の開発」
平成12年電気学会電力・エネルギー部門大会 No.319 (2000)
- (3) 大森、元治、ほか：「配電系統向け高速三相不平衡潮流計算用機器モデルの開発」
電気学会論文誌 B 122 巻2号 (2002)
- (4) 佐藤、神部、川口：「配電線系統の電圧解析手法」
愛知電機技報 No.23 (2000)
- (5) 「次世代配電機器実証試験場」
愛知電機技報 No.33 (2012)
- (6) 廣瀬、神部、苅川：「配電系統に太陽光発電が接続された場合のTVRの電圧調整効果について」
愛知電機技報 No.34 (2013)